四庫全書

子部

欽定四庫全書　　子部

御製數理精蘊下編卷十九

詳校官欽天監博士臣古之雄

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官檢討臣何思鈞

校對官教習臣倪廷梅

謄録監生臣文昌儒

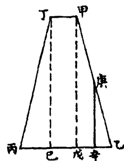
繪圖監生臣周濬

御製數理精藴下編卷十九

面部九

各面形總論

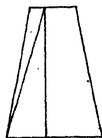
直線形



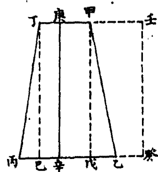
半之三十尺為一率長一百二十尺為二率截闊十五尺為三率求得四率六十尺為所截之長也如圖甲乙丙丁梯形甲丁上闊二十尺與戊巳等乙丙下闊八十尺甲戊長一百二十尺乙戊為上下闊相減折半之三十尺庚乙辛為所截勾股積四百五十尺甲乙戊勾股形與庚乙辛勾股形為同式形故立算與勾股形從上叚截勾股積之法相同

也

設如梯形長一百二十尺上闊四十尺下闊八十尺今自一邊截斜方形積四千二百尺問截上闊下闊各幾何

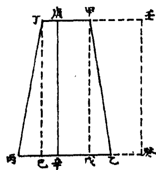


法以上闊四十尺與下闊八十尺相減餘四十尺折半得二十尺為所截斜方形上闊與下闊之較又以截積四千二百尺倍之得八千四百尺以長一百二十尺除之得七十尺為所截斜方形上



闊與下闊之和內減上闊下闊之較二十尺餘五十尺折半得二十五尺為上闊加較二十尺得四十五尺為下闊也如圖甲乙丙丁梯形甲丁為上闊四十尺與戊己等乙丙為下闊八十尺甲戊為長一百二十尺甲乙辛庚為所截斜方形積四千二百尺倍之成壬癸辛庚長方形乙戊為所截斜方形上下兩闊之較今以甲戊長除壬癸辛庚長方積

得癸辛為上下兩闊之和內減乙戊上下兩闊之較餘癸乙與戊辛折半得戊辛與甲庚等即所截斜方形之上闊加乙戊上下兩闊之較得乙辛即所截斜方形之下闊也

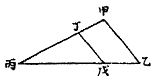


設如三角形小腰邊二十丈大腰邊三十四丈底邊四十二丈面積三百三十六丈今欲平分面積一半與原三角形為同式形問所截三邊各幾何

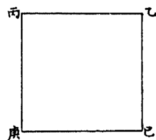
法以原面積三百三十六丈為一率原

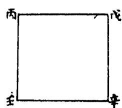


面積折半得一百六十八丈為二率底邊四十二丈自乘得一千七百六十四丈為三率求得四率八百八十二丈開方得二十九丈六尺九寸八分四釐八毫有餘為所截之底邊乃以全底邊四十二丈為一率大腰邊三十四丈為二率所截之底邊二十九丈六尺九寸八分四釐八毫有餘為三率求得四率二十四丈零四寸一分六釐二毫有餘為

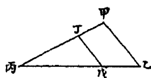


所截之大腰邊仍以全底邊四十二丈為一率小腰邊二十丈為二率所截之底邊二十九丈六尺九寸八分有餘為三率求得四率十四丈一尺四寸二分一釐三豪有餘即所截之小腰邊也如圖甲乙丙三角形平分面積一半成丁戊丙三角形此兩三角形既為同式形則甲乙丙三角形之面積與丁戊丙三角形之面積之比同於各邊各自乘之





正方面積與所截各邊各自乘之正方面積之比故以甲乙丙三角形面積為一率丁戊丙三角形面積為二率乙丙底邊自乘如乙已庚丙正方面為三率所得四率即戊丙截底自乘如戊辛壬丙正方面故開方得戊丙也既得戊丙則乙丙與甲丙之比同於戊丙與丁丙之比又乙丙與甲乙之比同於戊丙與丁戊之比俱為相當比例四率也若取



原積三分之一或幾分之幾者則將其積以其分數歸之比例並同

又法以乙丙邊四十二丈自乘折半開方即得戊丙邊甲丙邊自乘折半開方即得丁丙邊甲乙邊自乘折半開方即得丁戊邊此即面與面比線與線比之理也

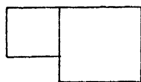
又法設全積為一尺半積為五十寸乃以五十寸開方得七寸零七釐一豪零



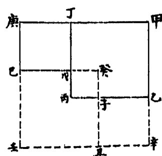
六忽而以各邊之數乘之即得各邊所截之數盖全積為一尺其全邊亦為一尺半積為五十寸其截邊為七寸零七釐一毫零六忽今以一尺與全邊之比即同於七寸零七釐一毫零六忽與截邊之比又因一尺為一率故省一率之除止用乘而即得也若取幾分之一者皆倣此類推之

設如大小兩正方面積共四百一十尺大正方邊比

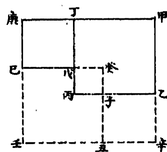
小正方邊多六尺問兩正方邊及面積各幾何



法以兩正方面積共四百一十尺倍之得八百二十尺又以多六尺自乘得三十六尺與倍共積八百二十尺相減餘七百八十四尺開方得二十八尺為大小兩正方邊之和加大正方比小正方每邊所多六尺得三十四尺折半得十七尺為大正方之邊內減六尺餘十一尺為小正方之邊以大正方邊十七尺

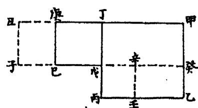


自乘得二百八十九尺為大正方之面積以小正方邊十一尺自乘得一百二十一尺為小正方之面積也如圖甲乙丙丁一大正方形丁戊己庚一小正方形戊丙為兩正方邊之較試以兩正方之共積倍之則得甲辛壬庚一正方形仍餘癸子丙戊兩正方邊之較自乘之一正方形益癸丑壬己正方形與甲乙丙丁正方形等乙辛丑子正方形與丁



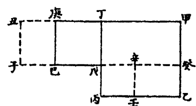
戊己庚正方形等其中疊一癸子丙戊正方形即戊丙較自乘之積故以戊丙較自乘與所倍共積相減即得甲辛壬庚正方形開方得甲庚為兩正方邊之和加較折半得丁丙為大正方邊内減戊丙較得丁戊為小正方邊既得方邊則各自乘即得各面積矣

又法以兩正方邊之較六尺自乘得三十六尺與兩正方共積四百一十尺相

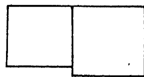


減餘三百七十四尺折半得一百八十七尺為長方積以兩正方邊之較六尺為長闊之較用帶縱較數開方法算之得闊十一尺為小正方之邊加較六尺得十七尺為大正方之邊也如圖甲乙丙丁一大正方形丁戊己庚一小正方形戊丙為兩正方邊之較以戊丙邊較自乘得辛壬丙戊一正方形與共積相減餘甲乙壬辛己庚磬折形如以癸乙

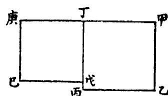
壬辛長方形移於庚己子丑即戊甲癸子丑一長方形折半得丁戊子丑一長方形庚丑與戊丙等即長闊之較故用帶縱較數開方法算之得丁戊闊即小方邊加庚丑較得丁丑與丁丙等即大方邊也



設如大小兩正方面積共六百一十七尺大小兩正方邊共三十五尺問大小兩正方邊及面積各幾何



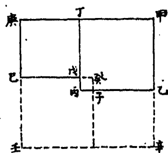
法以兩正方面積共六百一十七尺倍之得一千二百三十四尺又以兩正方邊共三十五尺自乘得一千二百二十五尺與倍共積一千二百三十四尺相減餘九尺開方得三尺為大小兩正方邊之較與共邊三十五尺相加得三十八尺折半得十九尺為大正方之邊內減兩正方邊之較三尺餘十六尺為小正方之邊以大正方邊十九尺自乘得



三百六十一尺為大正方之面積以小正方邊十六尺自乘得二百五十六尺為小正方之面積也如圖甲乙丙丁一大正方形丁戊已庚一小正方形甲庚為兩正方邊之和戊丙為兩正方邊之較試以兩正方之共積倍之則得甲辛壬庚正方形而多癸子丙戊較自乘之一正方形故以甲庚共邊自乘得甲辛壬庚正方形與倍共積相減即餘癸子

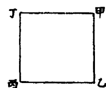


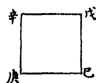


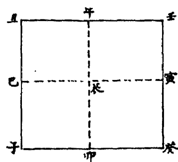


丙戊一小正方形開方得戊丙即兩正方邊之較與兩正方邊之和相加折半得丁丙為大正方邊内減戊丙較得丁戊為小正方邊既得方邊則各自乘即得各面積矣

又法以兩正方邊之和三十五尺自乘得一千二百二十五尺内減兩正方共積六百一十七尺餘六百零八尺折半得三百零四尺為長方積以兩正方邊

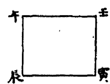






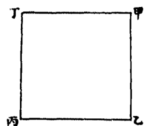
之和三十五尺為長闊和用帶縱和數開方法算之得闊十六尺為小正方之邊與共積三十五尺相減餘十九尺為大正方之邊也如圖甲乙丙丁一大正方形戊己庚辛一小正方形以共邊自乘得壬癸子丑一正方形內減與甲乙丙丁大正方形相等之寅癸卯辰一正方形又減與戊己庚辛小正方形相等之午辰巳丑一正方形餘壬寅辰午與

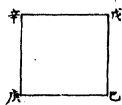
辰卯子巳二長方形折半得壬寅辰午一長方形其壬午長與甲乙大方邊等壬寅闊與戊巳小方邊等兩正方之共邊即長闊之和故用帶縱和數開方法算之得闊為小方邊得長為大方邊也



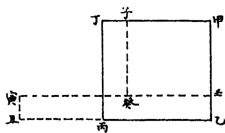
設如大小兩正方形大正方邊比小正方邊多七尺大正方積比小正方積多三百四十三尺問大小兩正方邊各幾何

法以大正方積比小正方積所多三百





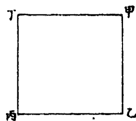
四十三尺用大正方邊比小正方邊所多七尺除之得四十九尺為大小兩正方邊之和加兩正方邊之較七尺得五十六尺折半得二十八尺為大正方之邊與共邊四十九尺相減餘二十一尺為小正方之邊也如圖甲乙丙丁一大正方形戊己庚辛一小正方形試於甲乙丙丁大正方形內作與戊己庚辛相等之甲壬癸子小正方形則壬乙丙丁

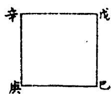


子癸磬折形即大正方比小正方所多之積引而長之成壬乙丑寅一長方形其壬乙闊即兩正方邊之較乙丑長即兩正方邊之和故以壬乙兩正方邊之較除之得乙丑兩正方邊之和以乙丑與丁乙相加折半得乙丙為大正方形之邊將乙丙與乙丑共邊相減餘丙丑與子癸等即戊己為小正方形之邊也

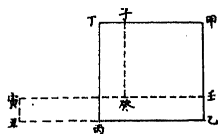
設如大小兩正方形共邊三十一尺大正方積比小

正方積多一百五十五尺問大小兩正方邊各幾何





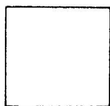
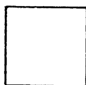
法以大正方積比小正方積所多一百五十五尺用共邊三十一尺除之得五尺為大小兩正方邊之較與共邊三十一尺相加得三十六尺折半得十八尺為大正方之邊與共邊三十一尺相減餘十三尺為小正方之邊也如圖甲乙丙丁一大正方形戊己庚辛一小正方



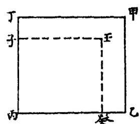
形試於甲乙丙丁大正方形內作與戊己庚辛相等之甲壬癸子小正方形則壬乙丙丁子癸磬折形即大正方比小正方所多之積引而長之成壬乙丑寅長方形其乙丑長即兩正方邊之和其壬乙闊即兩正方邊之較故以乙丑兩正方邊之和除之得壬乙與乙丑相加折半得乙丙為大正方形之邊以乙丙與乙丑相減餘丙丑與子癸等即戊己

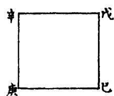
為小正方形之邊也

設如大小兩正方形共積一百三十尺大正方積比小正方積多三十二尺問大小兩正方邊各幾何

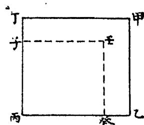
法以大正方積比小正方積所多三十二尺與共積一百三十尺相減餘九十八尺折半得四十九尺為小正方之積開方得七尺為小正方之邊又以小正方積四十九尺與大正方積比小正方積多三十二尺相加得八十一尺為大





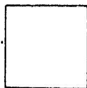
正方之積開方得九尺為大正方之邊也如圖甲乙丙丁一大正方形戊己庚辛一小正方形試於甲乙丙丁大正方形内作與戊己庚辛相等之壬癸丙子小正方形則甲乙癸壬子丁磬折形即大正方比小正方所多之積以此磬折形積與兩正方形之共積相減餘壬癸丙子與戊己庚辛兩小正方形折半得戊己庚辛一小正方形故開方得戊己

為小方邊又以戊已庚辛相等之壬癸丙子小正方形積與甲乙癸壬子丁磬折形積相加即得甲乙丙丁大正方形故開方得甲乙為大方邊也



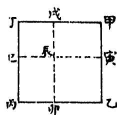
設如不等三正方形共積三百八十一尺大方邊比次方邊多三尺次方邊比小方邊多三尺問三方邊各幾何

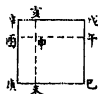
法以大方邊比次方邊所多三尺與次方邊比小方邊所多三尺相加得六尺

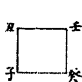




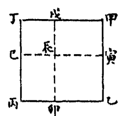
為大方邊比小方邊所多之較自乘得二十六尺又以次方邊比小方邊所多三尺自乘得九尺兩數相併得四十五尺與共積三百八十一尺相減餘三百三十六尺三因之得一千零八尺為長方積以大方邊比小方邊多六尺倍之得十二尺又以次方邊比小方邊多三尺倍之得六尺兩數相併得十八尺為長闊之較用帶縱較數開方法算之得

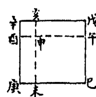


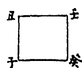




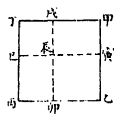
闊二十四尺三歸之得八尺為小正方形之邊加次方邊比小方邊多三尺得十一尺為次正方形之邊又加大方邊比次方邊多三尺得十四尺為大正方形之邊也如圖甲乙丙丁一大正方形戊己庚辛一次正方形壬癸子丑一小正方形試於甲乙丙丁大正方形內作與壬癸子丑相等之寅乙卯辰小正方形則辰巳即大正方邊比小正方邊所

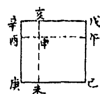


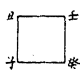




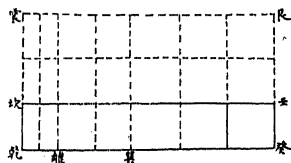
多之較又於戊己庚辛次正方形內作與壬癸子丑相等之午巳未申小正方形則申酉即次正方邊比小正方邊所多之較以辰巳自乘得辰巳丁戊一正方形以申酉自乘得申酉辛亥一正形形以所得兩正方形之共積與三正方形之共積相減則餘寅乙卯辰午巳未申壬癸子丑三小正方形及甲寅辰戊辰卯丙巳戊午申亥申未庚酉四長方







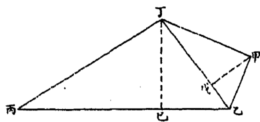
形又試將此所餘三小正方形及四長方形之積共作壬癸乾坎一長方形加三倍卽成艮癸乾震一大長方形其艮癸闊為壬癸小方邊之三倍與癸巽等巽乾卽長闊之較而巽離乃辰巳與甲寅相併之數為大方邊比小方邊所多之較之二倍離乾乃申酉與戌午相併之數為次方邊比小方邊所多之較之三倍故以大方邊與小方邊之較倍之



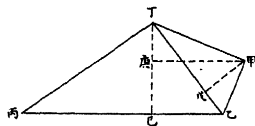
得巽離又以次方邊與小方邊之較亦倍之得離乾巽離與離乾相併得巽乾為長闊之較用帶縱較數開方法算之得艮癸闊三歸之得壬癸為小正方形之邊加次方邊比小方邊所多之較即得次正方形之邊又加大方邊比次方邊所多之較即得大正方形之邊也

設如甲乙丙丁不等邊無直角四邊形甲乙邊十尺甲丁邊十七尺丁丙邊二十八尺乙丙邊三十五

尺自丁角至乙角斜線二十一尺問面積幾何

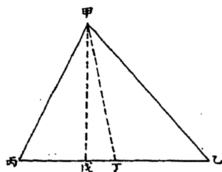


法以丁乙斜線分為甲乙丁丁乙丙兩三角形算之先用甲乙丁三角形求得甲戊垂線八尺與乙丁二十一尺相乘折半得八十四尺為甲乙丁三角形之面積又用丁乙丙三角形求得丁巳垂線一十六尺八寸與乙丙三十五尺相乘折半得二百九十四尺為丁乙丙三角形之面積以兩三角形之面積相併



得三百七十八尺即甲乙丙丁四邊形之面積也凡無法多邊形皆任以兩角作對角斜線分為幾三角形算之舊術四不等邊形分為兩段一為勾股形一為斜方形葢必有二平行線然後可算若此法非二平行線者則必分為丁己丙與丁甲庚二勾股形甲乙己庚一斜方然後可算不如分為兩三角形算之為簡捷而密合也

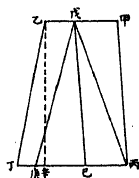
設如甲乙丙三角形面積三百八十四尺乙丙底邊二十二尺今自甲角將原積平分為二問每分底邊幾何



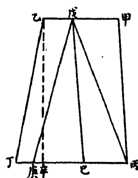
法以乙丙底邊三十二尺折半得十六尺即每分底邊之數也葢自甲至乙丙線上作甲戊垂線則甲丁乙甲丁丙兩三角形同以甲戊為高即為二平行線內同底兩三角形其面積必等見幾何原本三卷第十節故甲丁乙甲丁丙兩三角形積為

相等而各得甲乙丙三角形積之一半也如分三分或四分者倣此類推

設如甲乙丙丁二平行線無直角四邊形甲乙邊八丈丙丁邊十二丈面積一百六十丈今將原積分為四分問每分截邊幾何



法以甲乙八丈與丙丁十二丈相加得二十丈四歸之得五丈即每分所截之邊乃自甲量至戊得五丈自戊至丙作戊丙線成甲戊丙三角形為第一分又

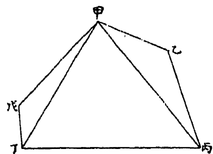


從丙量至巳得五丈自戊至巳作戊巳線成丙戊巳三角形為第二分又從巳量至庚得五丈自戊至庚作戊庚線成巳戊庚三角形為第三分又自庚至丁餘二丈自戊至乙餘三丈庚丁與戊乙相併亦得五丈成戊庚丁乙斜方形即為第四分也葢甲乙與丙丁二線既為平行自乙至辛作乙辛垂線則三三角形與一斜方形同以乙辛為高其邊線

既等則所得各形之面積亦必相等而各爲四邊形面積之四分之一也

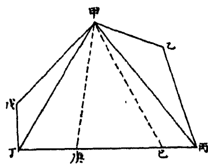
設如甲乙丙丁戊不等邊無直角五邊形面積一十九丈九十八尺甲乙邊二丈五尺乙丙邊三丈九尺丙丁邊六丈丁戊邊一丈五尺甲戊邊四丈一尺自甲角至丙角斜線五丈六尺自甲角至丁角斜線五丈二尺令自甲角將面積平分爲三分問截各邊幾何

法以面積十九丈九十八尺三分之每

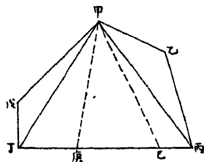


分得六丈六十六尺乃以甲丙甲丁二斜線分為甲乙丙甲丙丁甲丁戊三三角形算之用三角形求面積法求得甲乙丙三角形面積四丈二十尺甲丙丁三角形面積一十三丈四十四尺甲丁戊三角形面積二丈三十四尺因甲乙丙甲丁戊兩三角形面積俱不足一分所應得之數而甲丙丁三角形面積又過一分所應得之數故先以甲乙丙三

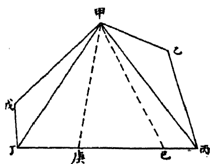
角形面積四丈二十尺與每分所應得六丈六十六尺相減餘二丈四十六尺即第一分應得甲乙丙三角形面積外又截甲丙丁三角形以補之之數乃以甲丙丁三角形面積一十三丈四十四尺為一率所應截之二丈四十六尺為二率丙丁邊六丈為三率求得四率一丈零九寸八分有餘為甲丙丁三角形補甲乙丙三角形分數之邊如丙己乃



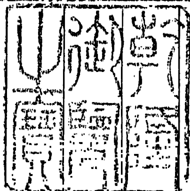
自甲至己作甲己線成甲乙丙己不等邊四邊形為第一分又以甲丙丁三角形面積一十三丈四十四尺為一率每分所應得六丈六十六尺為二率丙丁邊六丈為三率求得四率二丈九尺七寸三分有餘為甲丙丁三角形内應得一分之邊如己庚又自甲至庚作甲庚線成甲己庚三角形為第二分餘甲庚丁戊不等邊四邊形即第三分此三分



之面積俱為相等也葢兩形同高者其面積之比例同於其底邊之比例故以甲丙丁三角形面積與甲丙巳三角形截積之比同於丙丁與丙巳之比而得甲丙巳三角形面積為二丈四十六尺與甲乙丙三角形面積四丈二十尺相加得六丈六十六尺又甲丙丁三角形面積與甲巳庚三角形面積之比同於丙丁與巳庚之比而得甲巳庚三角形



面積六丈六十六尺則所餘甲庚丁戊四邊形面積亦必為六丈六十六尺若以甲丁戊三角形面積二丈三十四尺與每分六丈六十六尺相減餘四丈三十二尺即甲庚丁三角形面積乃以甲丙丁三角形面積與甲庚丁三角形面積之比同於丙丁與庚丁之比而得庚丁一丈九尺二寸八分有餘與丙已已庚相加得六丈以合丙丁原數也



御製數理精藴下編卷十九

欽定四庫全書

子部

御製數理精蘊下編卷二十

詳校官欽天監監正臣喜常

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官檢討臣何思鈞

校對官中書臣徐步雲

謄錄監生臣官懋斌

謄錄監生臣沈安邦

欽定四庫全書

御製數理精蘊下編卷二十

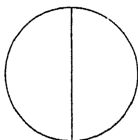
面部十

曲線形



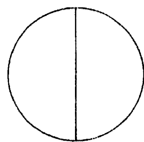
曲線形

設如圜徑一尺二寸問周幾何

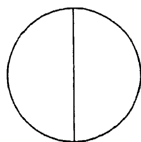


一率　一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率　三一四一五九二六五
三率　一二
四率　三七六九九一一八

法用周徑定率比例以徑數一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率周數三一四一五九二六五為二率今所設之圜徑一尺二寸為三率求得四率三尺七寸六分九釐九豪一絲一忽一微八纖卽所求之圜之周數也葢圜之數奇零不盡立法必自方數始是故圜內容形屢求勾

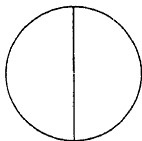


股至億萬邊圜外切形屢求勾股至億萬邊内外湊集使圜周變為直線精密已極始為得之爰設圜徑為一而圜周得三一四一五九二六五有餘是為定率故以圜徑一與圜周三一四一五九二六五之比即同於今所設之圜徑一尺二寸與今所得之圜周三尺七寸六分九釐九豪一絲一忽一微八纖之比也



一率　一一三
二率　三五五
三率　一二
四率　三七六九九一一五

又周徑定率比例以徑數一一三為一率周數三五五為二率今所設之圜徑一尺二寸為三率求得四率三尺七寸六分九釐九豪一絲一忽五微有餘為圜之周數也蓋以徑一周三一四一五九二六五之定率約之徑一一三周得三五四九九九九六九有餘進而為三五五則周數微大故今所得圜周亦微大然止在忽微之間耳

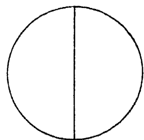


一率　七
二率　二二
三率　一二
四率　三七七一四二八五七

又周徑定率比例以徑數七為一率周數二十二為二率今所設之圜徑一尺二寸為三率求得四率三尺七寸七分一釐四毫二絲八忽五微七纖有餘為圜之周數也葢以徑一周三一四一五九二六五之定率約之徑七周得二一九九一一四八五有餘進而為二二則周數大而所得周數亦大至於舊術徑一圍三乃圜內容六等邊形之共度實

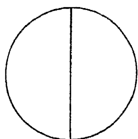
小於圜之周線故徑一則圍三有餘圍三則徑一不足也

設如圜周一丈五尺問徑幾何



一率 三一四一五九二六五
二率 一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率 一五
四率 四七七四六四八二

法用周徑定率比例以周數三一四一五九二六五為一率徑數一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率今所設之圜周一丈五尺為三率求得四率四尺七寸七分四釐六毫四絲八忽二微有餘即所求之圜之徑數也葢前法有徑求周故以



一率　一〇〇〇〇〇〇〇〇

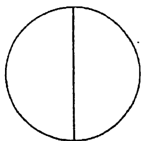
二率　三一八三〇九八八

三率　一五

四率　四七七四六四八二

定率之徑與定率之周為比卽如今所設之徑與今所得之周為比此法有周求徑故以定率之周與定率之徑為比卽如今所設之周與今所得之徑為比也

又周徑定率比例以周數一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率徑數三一八三〇九八八為二率今所設之圜周一丈五尺為三率求得四率四尺七寸七分四釐



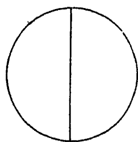
一率　三五五

二率　一一三

三率　一五

四率　四七七四六四七八

六豪四絲八忽二微為圜之徑數也葢圜周為三一四一五九二六五則圜徑為一○○○○○○○○若圜周為一○○○○○○○○則圜徑為三一八三○九八八其比例仍同也如以周數三五五為一率徑數一一三為二率今所設之圜周一丈五尺為三率亦得四率四尺七寸七分四釐六豪四絲七忽八微有餘為圜之徑數又或以周數二

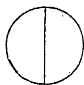


一率　二二
二率　七
三率　一五
四率　四七七二七二七二

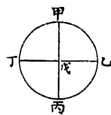
二為一率徑數七為二率今所設之圜周一丈五尺為三率則得四率四尺七寸七分二釐七豪二絲七忽二微有餘較之前法所得徑數稍小蓋徑為七而周稍小於二二若周為二二徑必稍大於七今截而為七則徑數稍小故所得徑數亦稍小也

設如圜徑八寸問面積幾何

法以圜徑八寸用徑求周法求得圜周




二尺五寸一分三釐二豪七絲四忽一微二纖折半得一尺二寸五分六釐六豪二絲七忽零六纖與半徑四寸相乘得五十寸二十六分五十四釐八十二豪有餘卽圜之面積也葢圜之半徑線若與直角三角形之小邊線度等而圜之周界又與直角三角形之大邊線度等則此直角三角形之面積與圜形之面積相等見幾何原本四卷第二十一節如甲乙丙丁





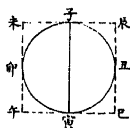
圜形其戊丙半徑與巳庚辛直角三角形之巳庚小邊線度等而甲乙丙丁圜周界與巳庚辛直角三角形之庚辛大邊線度等則此巳庚辛三角形之面積即與甲乙丙丁圜形之面積相等是故以戊丙半徑相等之巳庚與乙丙丁半周相等之庚壬相乘所得之癸壬庚巳長方形（癸壬庚巳長方形積即與巳庚辛三角形積等）即為圜之面積也如以全周與全徑相乘則以

一率　一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率　七八五三九八一六
三率　六四
四率　五〇二六五四八二

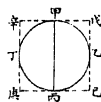
四歸之亦得圜面積葢全徑爲半徑之倍全周爲半周之倍則全周全徑相乘之積必大於半周半徑相乘之積四倍爲隔一位相加之比例故全周與全徑相乘以四歸之而得圜面積也

又法用方邊圜徑相等方積圜積不同之定率比例以方積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率圜積七八五三九八一六爲二率今所設之圜徑八寸自乘得六

一率　一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率　七八五三九八一六
三率　六四
四率　五〇二六五四八二



十四寸為三率求得四率五十寸二十六分五十四釐八十二豪有餘即圜之面積也此法葢因圜徑方邊相等圜積方積不同故以圜徑自乘作方積定為面與面之比例如子寅圜徑為一〇〇〇〇則其自乘之辰巳午未正方積為一〇〇〇〇〇〇〇〇而圜徑一〇〇〇〇所得之子丑寅卯圜面積為七八五三九八一六故以子寅圜徑一〇〇

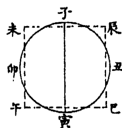


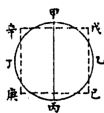
○○自乘之辰巳午未正方積一○○○○○○○○與子寅圜徑所得之子丑寅卯圜面積七八五三九八一六之比即同於今所設之甲丙圜徑八寸自乘之戊己庚辛正方積六十四寸與今所得之甲乙丙丁圜面積五十寸二十六分五十四釐八十二毫有餘之比也

又法用圜積方積相等圜徑方邊不同之定率比例以圜徑一○○○○○○

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率 八八六二二六九二
三率 八
四率 七〇八九八一五四

〇〇為一率方邊八八六二二六九二為二率今所設之圜徑八寸為三率求得四率七寸零八釐九豪八絲一忽五微四纖有餘為與圜面積相等之正方形每邊之數自乘得五十寸二十六分五十四釐八十二豪有餘即圜之面積也此法葢以圜積方積設為相等使圜徑與方邊不同先定為線與線之比例既得線而後自乘之為面也如子寅圜





徑一〇〇〇〇〇〇〇其所得之積開方則得八八六二二六九二即為辰巳午未正方之每邊是以子丑寅卯圜面積與辰巳午未方面積為相等故子寅圜徑一〇〇〇〇〇〇〇與辰巳方邊八八六二二六九二之比即同於今所設之甲丙圜徑八寸與今所得之戊巳方邊七寸零八釐九豪八絲一忽五微四纖之比既得戊巳方邊自乘得

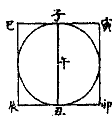
戊已庚辛方面積即與甲乙丙丁圜面積為相等也

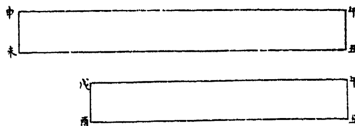
又法用方周圜周定率比例以方周數四五二為一率圜周數三五五為二率圜徑八寸自乘得六十四寸為三率求得四率五十寸二十六分五十四釐八十六豪有餘即圜之面積也此法葢因方周與圜周之比同於方積與圜積之比

一率 四五二
二率 三五五
三率 六四
四率 五〇二六五四八六

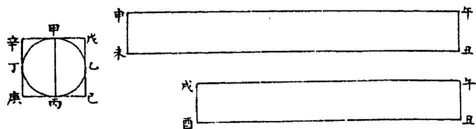
見算法原本二卷第二十八節

如子丑圜徑為一一

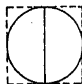




三則子丑圜周為三五五寅卯辰巳正方邊與圜徑同亦為一一三則寅卯辰巳方周為四五二方邊一一三以四因之則得四五二試以正方面之午丑半徑為高寅卯辰巳方周為底作一午丑未申長方形則比寅卯辰巳正方形之面積大一倍又以圜面之午丑半徑為高子丑圜周為底作一午丑酉戌長方形則比子丑圜形之面積亦大一倍此兩長方形同以午



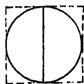
丑為高故此兩長方面積之比例必同於兩底邊丑未與丑酉之比例且全與全之比例又同於半與半之比例故方積與圜積之比例亦必同於兩底邊丑未與丑酉之比例矣夫丑未即寅卯辰巳方周丑酉即子丑圜周故以方周四五二與圜周三五五之比即同於今所設之甲丙圜徑自乘之戊巳庚辛正方積與今所得之甲乙丙丁圜面積之比



一率一四
二率二
三率𠦃
四率五〇二八五七一四

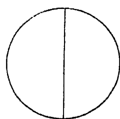
也

又法以十四分為一率十一分為二率圜徑八寸自乘得六十四寸為三率求得四率五十寸二十八分五十七釐一十四豪有餘為圜之面積也此法亦係方周與圜周之比同於方積與圜積之比葢圜徑七則圜周為二二半之得一一方邊七則方周為二八半之得一四故以十四分與十一分之比亦同於今



所設圜徑自乘之方積與今所得圜面積之比也然所得之面積過大者因徑七圍二十二之定率其周既大故所得之圜積亦大也舊術圜積得方積四分之三求積則以圜徑自乘四分損一得圜積求徑則以圜積三分益一開方得圜徑此仍以徑一圍三立法故徑求積所得之數必小積求徑所得之數必大也

設如圜周六尺六寸問面積幾何

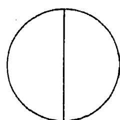


法以圜周六尺六寸用圜周求徑法求得圜徑二尺一寸零八豪四絲五忽二微有餘折半得一尺零五分零四豪二絲二忽六微有餘與半周三尺三寸相乘得三尺四十六寸六十三分九十四釐五十八豪有餘即圜之面積也

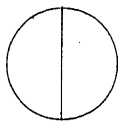
又法用圜周方積與圜積定率比例以圜周方積一〇〇〇〇〇〇〇〇為一

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率 七九五七七四七
三率 四三五六
四率 三四六六三九四五九

率圜積七九五七七四七為二率令所設之圜周六尺六寸自乘得四十三尺五十六寸為三率求得四率三尺四十六寸六十三分九十四釐五十九豪有餘即圜之面積也此法葢以圜周自乘之正方積與圜積設為比例為面與面之比例也圜周為一〇〇〇〇則其自乘方積為一〇〇〇〇〇〇〇〇而圜周一〇〇〇〇所得之圜面積為七九

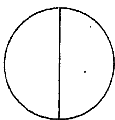


五七七四七有餘故以圜周一〇〇〇〇自乘之方積一〇〇〇〇〇〇〇〇與圜積七九五七七四七之比即同於今所設之圜周六尺六寸自乘之方積四十三尺五十六寸與今所得之圜面積三尺四十六寸六十三分九十四釐五十九毫有餘之比也舊術圜積為周自乘方積十二分之一有圜周求積則以圜周自乘以十二除之得圜積有圜



積求周則將圜積以十二因之開方得圜周此仍以徑一圍三立法故周求積所得之數必大積求周所得之數必小也

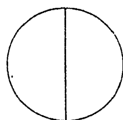
設如圜面積六尺一十六寸問徑幾何



法用圜徑方邊相等圜積方積不同之定率比例以圜積一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率方積一二七三二三九五四為二率今所設之圜面積六尺一十六

一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二率 一二七三二三九五四
三率 六一六
四率 七八四三一五五六四

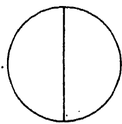
寸為三率求得四率七尺八十四寸三十一分五十五釐五十六豪六十四絲為與圜徑相等之正方邊之正方面積開方得二尺八寸零五豪六絲有餘即圜之徑數也葢圜積為七八五三九八一六則方積為一〇〇〇〇〇〇〇〇若圜積為一〇〇〇〇〇〇〇〇則方積為一二七三二三九五四其比例仍同故以圜積一〇〇〇〇〇〇〇〇為



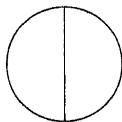
一率　一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率　一一二八三七九一六
三率　二四八一九三四
四率　二八〇〇五六三

一率者即如以圜積七八五三九八一六為一率而以方積一二七三二三九五四為二率者即如以方積一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率也

又法用圜積方積相等圜徑方邊不同之定率比例以方邊一〇〇〇〇〇〇〇為一率圜徑一一二八三七九一六為二率令所設之圜面積六尺一十六寸開方得二尺四寸八分一釐九豪



三絲四忽有餘爲三率求得四率二尺八寸零五豪六絲二忽有餘即圜之徑數也此法亦以圜積方積設爲相等使圜徑與方邊不同故以圜面積開方得方邊爲線與線之比例葢方邊爲八八六二二六九二則圜徑爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇若方邊爲一〇〇〇〇〇〇〇〇則圜徑爲一一二八三七九一六其比例仍同故以方邊一〇〇〇〇〇



一率　三五五
二率　四五二
三率　六一六
四率　七八四三一五四九二九五

○○○為一率者即如以方邊八八六二二六九二為一率而以圜徑一一二八三七九一六為二率者即如以圜徑一○○○○○○○○為二率也

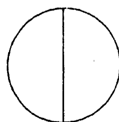
又法用圜周方周定率比例以圜周三五五為一率方周四五二為二率令所設之圜面積六尺一十六寸為三率求得四率七尺八十四寸三十一分五十四釐九十二毫九十五絲有餘開方亦

得二尺八寸零五豪六絲有餘為圜之徑數也

又法以十一分為一率十四分為二率今所設之圜面積六尺一十六寸為三率求得四率七尺八十四寸開方得二尺八寸為圜之徑數也葢徑七圍二十二之定率其徑既小則方周與方積亦皆小故開方所得之圜徑亦小也

一率 一一
二率 一四
三率 六一六
四率 七八四

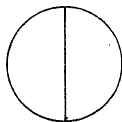
設如圜面積六尺一十六寸問周幾何



一率　一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率　一二五六六三七〇六二
三率　六六
四率　七七四〇八八四三〇一

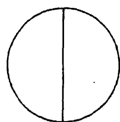
法以圜面積六尺一十六寸用圜積求徑法求得圜徑二尺八寸零五豪六絲有餘又用圜徑求周法求得八尺七寸九分八釐二豪二絲有餘即圜之周數也

又法用圜積與圜周方積定率比例以圜積一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圜周方積一二五六六三七〇六二為二率今所設之圜面積六尺一十六寸為



三率求得四率七十七尺四十寸八十八分四十三釐零一豪有餘開方得八尺七寸九分八釐二豪有餘即圜之周數也蓋圜積為七九五七七四七則圜周自乘方積為一〇〇〇〇〇〇〇若圜積為一〇〇〇〇〇〇〇則圜周自乘方積為一二五六六三七〇六二其比例仍同故以圜積一〇〇〇〇〇〇〇與圜周自乘方積一二五六六

六三七〇六二之比即同於今所設之圜面積六尺一十六寸與今所得之圜周自乘方積七十七尺四十寸八十八分四十三釐零一豪之比既得圜周自乘方積開方即得圜周也



設如撱圜形（一音鴨蛋形）大徑九尺小徑六尺問面積幾何

法以大徑九尺與小徑六尺相乘得五十四尺為長方積乃用方邊圜徑相等

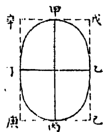
一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇

二率 七八五三九八一六

三率 五四

四率 四二四一五〇〇六四

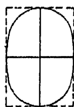
方積圜積不同之定率比例以方積一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圜積七八五三九八一六為二率今所得之大小徑相乘之長方積五十四尺為三率求得四率四十二尺四十一寸一十五分零六十四豪即橢圜形之面積也蓋圜面積與橢圜面積之比同於圜外所切之正方形積與橢圜形外所切之長方積之比見幾何原本八卷第十二節則圜外所切之



正方形積與圜面積之比亦必同於撱圜形外所切之長方形積與撱圜面積之比也如甲乙丙丁撱圜形甲丙大徑九尺乙丁小徑六尺以大徑與小徑相乘遂成戊己庚辛長方形此長方形積與撱圜形積之比即同於正方積與圜積之比故以定率之方積數為一率圜積數為二率今所得之大小徑相乘之長方積為三率求得四率為撱圜形之

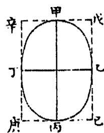
面積也

設如橢圓形面積四十二尺四十一寸一十五分零六十四豪大徑九尺問小徑幾何



一率　一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率　一二七三二三九五四
三率　四二四一一五〇六四
四率　五四

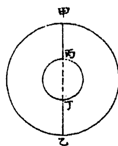
法用圓徑方邊相等圓積方積不同之定率比例以圓積一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率方積一二七三二三九五四為二率今所設之橢圓形面積四十二尺四十一寸一十五分零六十四豪為三率求得四率五十四尺為長方積以



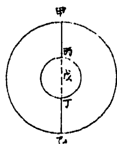
大徑九尺除之得六尺即揹圜形之小徑也益方面積與圜面積之比既同於長方面積與揹圜形面積之比則圜面積與方面積之比亦必同於揹圜形面積與長方面積之比也如甲乙丙丁揹圜形用定率比例而得戊己庚辛長方形其戊己長與甲丙大徑等其己庚闊與乙丁小徑等故以大徑除之得小徑也如有小徑求大徑則以所得長方積

用小徑除之而得大徑也

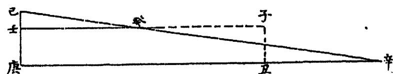
設如圓環形外周二十一尺三寸內周七尺一寸闊二尺二寸六分求面積幾何



法以外周二十一尺三寸與內周七尺一寸相加得二十八尺四寸折半得一十四尺二寸以闊二尺二寸六分乘之得三十二尺零九寸二十分即圓環形之面積也如圖甲乙丙丁圓環形甲乙外周二十一尺三寸丙丁內周七尺一



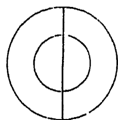
寸甲丙與丁乙皆二尺二寸六分試依甲乙大圜之戊乙半徑度與甲乙圜周度作一巳庚辛直角三角形其巳庚小邊與甲乙大圜之戊乙半徑等庚辛大邊與大圜之周界等則巳庚辛直角三角形之面積與甲乙大圜之面積等又依丙丁小圜之戊丁半徑截巳庚辛三角形之巳庚小邊於壬又依丙丁小圜周度作壬癸線與庚辛平行則成巳壬



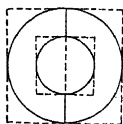
癸一小直角三角形其面積與丙丁小圜之面積等如於己庚辛大三角形内減己壬癸小三角形所餘癸辛庚壬斜尖方形之面積必與甲乙丙丁圜環形之面積等矣故如斜尖方形求積法以如丙丁内周之壬癸與如甲乙外周之庚辛相加折半得丑庚而以如丁乙闊之壬庚乘之得子丑庚壬一長方形與癸辛庚壬斜尖方形等即甲乙丙丁圜

環形之面積也

設如圓環形外徑二尺四寸內徑一尺二寸求面積幾何



法以外徑二尺四寸求得周七尺五寸三分九釐八毫二絲有餘又以內徑一尺二寸求得周三尺七寸六分九釐九毫一絲有餘乃以內徑一尺二寸與外徑二尺四寸相減餘一尺二寸折半得六寸為圓環形之闊依前法算之得三

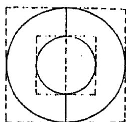


一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率	七八五三九八一六
三率	四三二
四率	三三九二九六〇

尺三十九寸二十九分二十釐有餘為圓環形之面積也

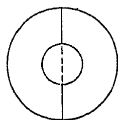
又法以外徑二尺四寸自乘得五尺七十六寸又以內徑一尺二寸自乘得一尺四十四寸兩數相減餘四尺三十二寸為方環面積乃用方積圜積定率比例以方積一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圜積七八五三九八一六為二率今所得之方環面積四尺三十二寸為三

一率　一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率　七八五三九八一六
三率　四三二
四率　三三九二九〇



率求得四率三尺三十九寸二十九分二十釐有餘即圓環形之面積也此法葢以方環圜環為比例即如用方積圜積定率為比例也分而言之則外徑自乘與外大圜面積為比内徑自乘與小圜面積為比既得兩圜面積相減始為圓環面積今以内外徑各自乘相減即用方積圜積定率比例是合兩比例而為一比例也

設如圓環形外周六尺六寸內周二尺二寸求面積幾何

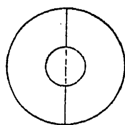


法以外周六尺六寸求得徑二尺一寸零八豪四絲有餘又以內周二尺二寸求得徑七寸零二豪八絲有餘兩徑相減餘一尺四寸零五豪六絲有餘折半得七寸零二豪八絲有餘為圓環形之闊依前法算之得三尺零八寸一十二分三十二釐有餘即圓環形之面積也

一率　一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率　七九五七七四七
三率　三八七二
四率　三〇八一三三九

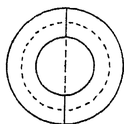
又法以外周六尺六寸自乘得四十三尺五十六寸內周二尺二寸自乘得四尺八十四寸兩數相減餘三十八尺七十二寸乃用圜周方積與圜積定率比例以圜周方積一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率圜積七九五七七四七為二率兩周自乘相減之餘三十八尺七十二寸為三率求得四率三尺零八寸一十二分三十九釐有餘即圓環形之面積

也此法葢以兩圜周自乘相減之餘積與圓環積爲比例即如用圜周方積圜積定率爲比例也分而言之則外周自乘與外大圜面積爲比内周自乘與内小圜面積爲比既得兩圜面積相減始爲圓環面積今以内外周各自乘相減即用圜周方積圜積定率比例是合兩比例而爲一比例也

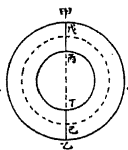


設如圓環形面積四百六十二尺闊七尺求内外徑

各幾何



法以闊七尺除圓環面積四百六十二尺得六十六尺即内外周相併折半之數為中周乃以周求徑法求得徑二十一尺零八釐四豪五絲有餘為内外徑相併折半之數為中徑加闊七尺得二十八尺零八釐四豪五絲有餘即外徑中徑内減闊七尺餘一十四尺零八釐四豪五絲有餘即内徑也如圖甲乙丙

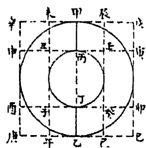


丁圓環形其面積四百六十二尺甲丙與丁乙皆七尺先所得之中周六十六尺為戊己周次所得之中徑二十一尺零八釐四豪五絲有餘為戊己徑其甲戊與戊丙等丁己與己乙等故甲戊與己乙兩段戊丙與丁己兩段皆與丁乙及甲丙闊度等是以於中徑内加闊得外徑減闊得内徑也

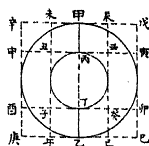
又法先用圜積方積定率比例以圜積

一率　一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率　一二七三二三九五四
三率　四六二
四率　五八八二三六六六七

一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率方積一二七三二三九五四為二率圓環積四百六十二尺為三率求得四率五百八十八尺二十三寸六十六分六十七釐有餘為方環積乃以闊七尺自乘得四十九尺以四因之得一百九十六尺與所得之方環積相減餘三百九十二尺二十三寸六十六分六十七釐有餘四歸之得九十八尺零五寸九十一分六

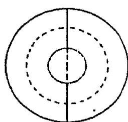


十六釐有餘以闊七尺除之得一十四尺零八釐四豪五絲有餘為內圜徑加倍闊十四尺得二十八尺零八釐四豪五絲有餘為外圜徑也此法益以圓環積變為方環積即如前法方環積變為圓環積也如甲乙丙丁圓環形變為戊己庚辛壬癸子丑方環形內減戊寅壬辰卯巳巳癸子午庚酉未丑申辛闊自乘之四正方形餘寅卯癸壬癸巳午子



丑子酉申辰壬丑未四長方形四歸之餘寅卯癸壬一長方形以寅壬闊除之得壬癸長與丙丁內徑等加甲丙與丁乙得甲乙即外徑也

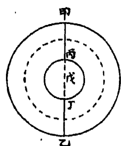
設如圓環形面積三百零八尺闊七尺求內外周各幾何



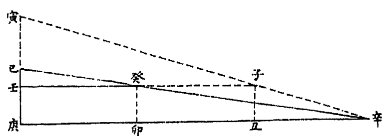
法以闊七尺除圓環面積三百零八尺得四十四尺為內外周相併折半之數為中周又用徑求周法以徑數一○○

一率　一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率　三一四一五九二六五
三率　七
四率　二一九九一二四

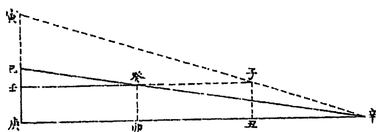
〇〇〇〇〇〇為一率周數三一四一五九二六五為二率闊七尺為三率求得四率二十一尺九寸九分一釐一豪四絲有餘為內外周相減折半之數為半較乃以半較二十一尺九寸九分一釐一豪四絲有餘與中周四十四尺相加得六十五尺九寸九分一釐一豪四絲有餘即外周數以半較二十一尺九寸九分一釐一豪四絲有餘與中周四



十四尺相減餘二十二尺零八釐八豪六絲有餘即內周數也如圖甲乙丙丁圓環形其面積三百零八尺丁乙闊七尺試依甲乙大圜之戊乙半徑度與甲乙圜周度作一己庚辛直角三角形則己庚辛三角形之面積與甲乙大圜之面積等又依丙丁小圜之戊丁半徑截己庚辛三角形之己庚小邊於壬又依丙丁小圜周度作壬癸線與庚辛平行

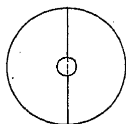


則成己壬癸一小直角之三角形積乃與丙丁小圜之面積等如於己庚辛大三角形內減己壬癸小三角形所餘癸辛庚壬斜尖方形之面積必與甲乙丙丁圜環面積等矣而癸辛庚壬斜尖方形積又與子丑庚壬長方形積等故以如丁乙闊之壬庚除之得丑庚為內外周相併折半之中周數又以寅庚全徑與庚辛全周之比同於丁乙圜環闊與子



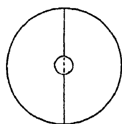
丑等與辛丑半較之比葢丁乙為内外徑相減折半之較辛丑即内外周相減折半之較為相當比例四率也既得辛丑與丑卯等即辛庚外周大於丑庚中周之較亦即癸壬内周與卯庚等小於丑庚中周之較故於中周加半較得外周減半較得内周也

設如圓環形面積三尺三十六寸内周一尺一寸求外周及闊各幾何



一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇
二率 一二七三二三九五四
三率 三四五六二七七五〇
四率 四四〇〇六六九一七

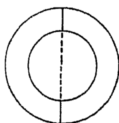
法以内周一尺一寸用周求徑法求得内徑三寸五分零一豪有餘又用周徑求積法求得内周圜面積九寸六十二分七十七釐五十豪有餘與圜環積三尺三十六寸相加得三尺四十五寸六十二分七十七釐五十豪有餘即外周圓面積乃用圜積方積定率比例以圜積一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率方積一二七三二三九五四為二率令所得



之外周圜面積三尺四十五寸六十二分七十七釐五十毫有餘爲三率求得四率四尺四十寸零六分六十九釐一十七毫有餘爲外徑自乘之方積開方得二尺零九分七釐七毫有餘即外徑減去内徑三寸五分零一毫餘一尺七寸四分七釐六毫折半得八寸七分三釐八毫即圜環形之闊又用徑求周法求得周六尺五寸九分零一毫有餘即

外周數也

設如圓環形面積三百八十四尺外周八十八尺求內周及闊各幾何



法以外周八十八尺用周求徑法求得外徑二十八尺零一分一釐二豪有餘又用周徑求積法求得外周圜面積六百一十六尺二十四寸六十四分有餘內減去圓環積三百八十四尺餘二百三十二尺二十四寸六十四分有餘為

内周圜面積乃用圜積方積定率比例以圜積一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率方積一二七三二三九五四為二率今所得之内周圜面積二百三十二尺二十四寸六十四分為三率求得四率二百九十五尺七十寸五十二分九十九釐五十豪有餘即内徑自乘之方積開方得一十七尺一寸九分六釐有餘即内徑與外徑二十八尺零一分一釐二

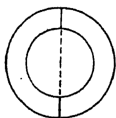
一率 一〇〇〇〇〇〇〇〇

二率 一二七三二三九五四

三率 二三二四六四

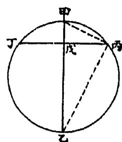
四率 二九五七〇五二九九五〇

毫相減餘一十尺八寸一分五釐二毫有餘折半得五尺四寸零七釐六毫即圓環形之闊又用徑求周法求得周五十四尺零二分二釐八毫有餘即内周數也

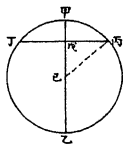


設如圜徑一尺二寸今截弧矢形一段矢闊二寸四分求弦長幾何

法以矢闊二寸四分為首率圜徑一尺二寸内減矢闊二寸四分餘九寸六分



為末率首率末率相乘得二十三寸零四分開方得四寸八分為中率倍之得九寸六分即弧矢形之弦數也如圖甲乙圜徑一尺二寸截甲丙丁弧矢形其甲戊為矢闊二寸四分試自甲至丙作甲丙線自丙至乙作丙乙線遂成甲丙乙直角三角形而丙戊半弦即為其垂線故所截甲戊為首率戊乙為末率求得丙戊為中率見幾何原本九卷第二節並見勾股卷定勾股



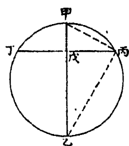
無零數法中倍之得丙丁即弧矢形之弦也

又法以圜徑一尺二寸折半得半徑六寸為弦矢闊二寸四分與半徑六寸相減餘三寸六分為勾求得股四寸八分倍之得九寸六分得弧矢形之弦數也

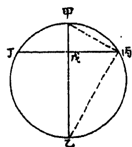
如圖甲乙圜徑一尺二寸折半得甲己半徑六寸與丙己等為弦又於甲己半徑六寸內減甲戊矢闊二寸四分餘戊己三寸六分為勾求得丙戊股倍之得

丙丁為弧矢形之弦也

設如圜徑一尺七寸今截弧矢形一段弦長一尺五寸求矢闊幾何

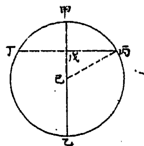


法以弦長一尺五寸折半得半弦七寸五分自乘得五十六寸二十五分為長方積以圜徑一尺七寸為長闊和用帶縱和數開方法算之得闊四寸五分卽矢之闊也如圖甲乙圜徑一尺七寸截甲丙丁弧矢形其丙丁為弦長一尺五



寸自甲至丙自丙至乙作二線成甲丙乙直角三角形而丙戊為垂線故甲戊為首率戊乙為末率丙戊為中率中率自乘之正方與首率末率相乘之長方等今以丙丁弦折半得半弦丙戊自乘即與甲戊矢為闊戊乙截徑為長相乘之長方等故以甲乙為長闊和求得甲戊闊即矢也

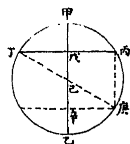
又法以圜徑一尺七寸折半得八寸五



分為弦以弦長一尺五寸折半得七寸五分為股求得勾四寸與半徑八寸五分相減餘四寸五分即矢之闊也如圖甲乙圜徑一尺七寸折半得丙己半徑八寸五分為弦丙丁弦一尺五寸折半得丙戊七寸五分為股求得戊己勾與甲己半徑相減餘甲戊即矢之闊也

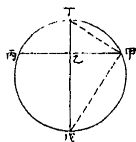
又法以圜徑一尺七寸為弦弧弦一尺五寸為股求得勾八寸與圜徑一尺七

寸相減餘九寸折半得四寸五分卽矢之闊也如圖甲乙圜徑一尺七寸與丁庚等如自丙至庚作丙庚線則成丁丙庚直角三角形故以丁庚為弦丙丁為股求得丙庚勾與戊辛等以戊辛與甲乙全徑相減餘甲戊與辛乙兩段折半卽得甲戊為矢之闊也



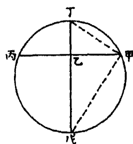
設如弧矢形弦長一尺二寸矢闊四寸求圜徑幾何

法以矢闊四寸為首率弦長一尺二寸

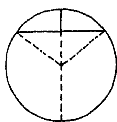


折半得六寸為中率乃以中率六寸自乘用首率四寸除之得九寸為圜之截徑加矢闊四寸得一尺三寸即圜之徑數也如圖甲乙丙丁弧矢形甲丙弦長一尺二寸丁乙矢闊四寸試繼甲丁丙弧作一全圜法見幾何原本十一卷十三節將丁乙矢線引長作丁戊全徑線又自甲至丁作甲丁線自甲至戊作甲戊線遂成丁甲戊直角三角形而甲乙半弦即為其中

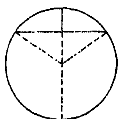
垂線故丁乙矢為首率乙戊截徑為末率而甲乙半弦即為中率故丁乙與甲乙之比同於甲乙與乙戊之比而得乙戊截徑加丁乙矢即得丁戊為圜之全徑也



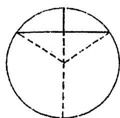
設如弧矢形弦長八尺矢闊二尺求面積幾何



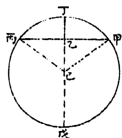
法先用弧矢形有弦矢求圜徑法求得圜之全徑十尺折半得半徑五尺為一率半弦四尺為二率以半徑十萬為三



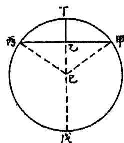
率求得四率八萬為正弦數檢八線表得五十三度零七分四十九秒為半弧之度分倍之得一百零六度一十五分三十八秒為全弧之度分乃以全圜三百六十度化作一百二十九萬六千秒為一率全弧一百零六度十五分三十八秒化作三十八萬二千五百三十八秒為二率全徑十尺求得全周三十一尺四寸一分五釐九豪二絲有餘為三



率求得四率九尺二寸七分二釐九豪八絲有餘為全弧之數與半徑五尺相乘得四十六尺三十六寸四十九分折半得二十三尺一十八寸二十四分五十釐為自圜心所分弧背三角形積又於半徑五尺内減矢二尺餘三尺與弦八尺相乘得二十四尺折半得十二尺為自圜心至弦所分直線三角形積與弧背三角形積二十三尺一十八寸二

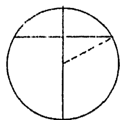


十四分五十釐相減餘一十一尺一十八寸二十四分五十釐即弧矢形之面積也如圖甲乙丙丁弧矢形甲丙弦長八尺丁乙矢闊二尺甲乙為半弦四尺試繼此弧作一全圜求得丁戊全徑解見前折半得巳丁半徑既得半徑而甲乙半弦又即為甲丁半弧之正弦故比例得正弦數撿表而得甲丁半弧之度分倍之得甲丁丙全弧之度分又甲戊丙

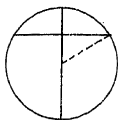


丁全圜之度分與甲丁丙全弧之度分之比同於甲戊丙丁全周之尺寸與甲丁丙全弧之尺寸之比而得甲丁丙全弧之數與己丁半徑相乘折半即得甲己丙丁弧背三角形之面積又於丁己半徑内減丁乙矢餘乙己為截半徑與甲丙弦相乘折半得甲己丙直線三角形面積與甲己丙丁弧背三角形面積相減餘即甲乙丙丁弧矢形之面積也

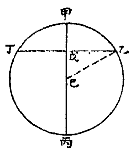
設如圜形截弧矢一段所截弧度一百二十度弧界長二尺二寸求圜徑及弦長矢闊各幾何



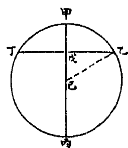
法以截弧一百二十度為一率全圜三百六十度為二率截弧二尺二寸為三率求得四率六尺六寸為圜之周數用圜周求徑法求得圜徑二尺一寸零八豪四絲有餘乃以半徑十萬為一率截弧一百二十度折半得六十度查正弦得八萬六千六百零三倍之得一十七



萬三千二百零六即一百二十度之通弦為二率令所得之圜徑二尺一寸零八豪四絲有餘折半得一尺零五分零四豪二絲有餘為三率求得四率一尺八寸一分九釐三豪九絲有餘即弧矢形之弦數又以半徑十萬為一率六十度之餘弦五萬與半徑十萬相減餘五萬即六十度之正矢為二率令所得之半徑一尺零五分零四豪二絲有餘為



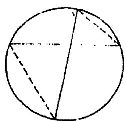
三率求得四率五寸二分五釐二豪一絲有餘即弧矢形之矢數也如圖甲乙丙丁圜形截甲乙戊丁弧矢形一段知乙甲丁弧一百二十度又知乙甲丁弧界為二尺二寸求甲丙全徑及乙丁弦甲戊矢則以乙甲丁弧一百二十度與甲乙丙丁全圜三百六十度之比即同於乙甲丁弧界二尺二寸與甲乙丙丁全圜界六尺六寸之比也既得全周求



得甲丙全徑折半於己心自己至乙作己乙半徑線則乙戊即如六十度之正弦乙丁即如一百二十度之通弦甲戊即如六十度之正矢故以半徑十萬與一百二十度之通弦一十七萬三千二百零六之比即同於己乙半徑一尺零五分零四毫二絲有餘與乙丁全弦一尺八寸一分九釐三毫九絲有餘之比又半徑十萬與六十度之正矢五萬之

比即同於已乙半徑與甲戊矢五寸二分五釐二豪一絲有餘之比也

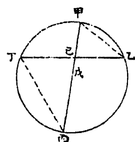
設如圜形截弧矢一段任自弧界一處對圜心至弦作一斜線長一尺二寸將全弦分為大小兩段大段長一尺八寸小段長一尺六寸問圜徑幾何



法以所作之斜線一尺二寸為一率截弦小段一尺六寸為二率大段一尺八寸為三率求得四率二尺四寸為自截弦處過圜心至圜對界之線將此線與



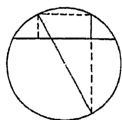
所作之斜線一尺二寸相加得三尺六寸即圜徑也如圖甲乙丙丁圜形截甲乙丁弧矢形任自圜界甲對圜心戊至乙丁弦上作甲己斜線將乙丁弦分為乙己己丁兩段乙己小段一尺六寸己丁大段一尺八寸試將甲己斜線引長過圜心至圜對界丙作甲丙線又自甲至乙作甲乙線復自丁至丙作丁丙線遂成甲己乙丁己丙兩同式三角形乙角

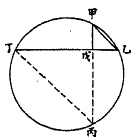


對甲丁弧丙角亦對甲丁弧甲角對乙丙弧丁角亦對乙丙弧兩已角為對角故兩三角形為同式形也故以甲已與乙已之比即同於已丁與已丙之比既得已丙與甲已相加即得甲丙為圜徑也

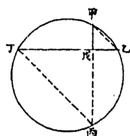
設如圜形截弧矢一段任自弧界一處至弦作一垂線長一尺二寸將全弦分為大小兩段其大段長三尺小段長一尺問圜徑幾何

法以所作垂線一尺二寸為一率截弦小段一尺為二率大段三尺為三率求

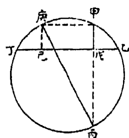




得四率二尺五寸為自截弦處至圜對界之直線乃以此線與所作之垂線一尺二寸相加得三尺七寸為股以截弦小段一尺與大段三尺相減餘二尺為勾求得弦四尺二寸卽圜徑也如圖甲乙丙丁圜形截甲乙丁弧矢形任自弧界甲至乙丁弦上作甲戊垂線長一尺二寸將乙丁弦分為乙戊戊丁兩段乙戊小段一尺戊丁大段三尺試將甲戊

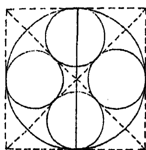


垂線引長至圜對界丙作甲丙線又自甲至乙作甲乙線復自丁至丙作丁丙線遂成甲戊乙丁戊丙兩同式三角形乙角對甲丁弧丙角亦對甲丁弧甲角對乙丙弧丁角亦對乙丙弧兩戊角俱為直角故兩三角形為同式形也故以甲戊與戊乙之比同於丁戊與戊丙之比既得戊丙與甲戊相加即得甲丙又以乙戊同丁戊己與戊丁相減餘戊己與甲庚等乃自甲至庚作甲庚線與乙丁平行則甲角為直



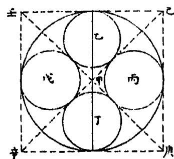
角必立於圜界之一半又自庚至丙作庚丙線則又成庚甲丙勾股形故以庚甲為勾甲丙為股求得庚丙弦即圜徑也

設如一大圜形內容四小圜形但知大圜形徑一尺二寸求小圜形徑幾何



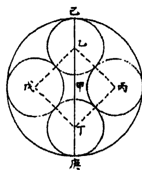
法以大圜形徑一尺二寸自乘倍之開方得一尺六寸九分七釐零五絲有餘內減大圜形徑一尺二寸餘四寸九分

七釐零五絲有餘即小圜形徑也如圖甲大圜形內容乙丙丁戊四小圜形試切甲大圜形界作巳庚辛壬正方形其方邊即大圜形全徑用方邊求斜弦法求得壬庚巳辛兩斜弦即成巳甲壬巳甲庚庚甲辛壬甲辛四勾股形內各容一小圜形而四方邊遂為四勾股形之各弦兩斜弦各折半遂各為四勾股形之各勾股任取一勾股和減弦即得容



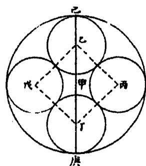
圜全徑也解見勾股容圜法中

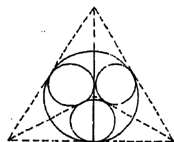
設如一大圜形內容四小圜形但知小圜形徑五寸求大圜形徑幾何



法以小圜形徑五寸自乘倍之開方得七寸零七釐一豪有餘加小圜形徑五寸得一尺二寸零七釐一豪有餘即大圜形徑也如圖甲大圜形內容乙丙丁戊四小圜形試連四小圜形中心作乙丙丙丁丁戊戊乙四線遂成乙丙丁戊

一正方形用方邊求斜弦法求得乙丁斜弦加巳乙與丁庚兩半徑即一小圜形之全徑即得巳庚大圜形全徑也

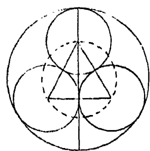




設如一大圜形内容三小圜形但知大圜形徑一尺二寸求内容小圜形徑幾何

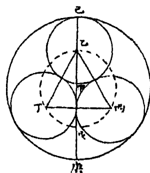
法以大圜形徑一尺二寸求得外切三角形之每邊為二尺零七分八釐四豪六絲有餘乃以大圜形徑一尺二寸為三角形之兩腰半徑六寸為中垂線用

線用三角形容圜法算之即得一小圜徑也



設如一大圜形内容三小圜形但知小圜形徑五寸求大圜形徑幾何

法以小圜形徑五寸為等邊三角形之每一邊用等邊三角形求外切圜形全徑法求得外切圜徑五寸七分七釐三毫五絲有餘加小圜全徑五寸得一尺零七分七釐三毫五絲有餘即大圜形



全徑也如圖甲大圜形內容乙丙丁三小圜形試連三小圜形中心作乙丙乙丁丙丁三線遂成乙丙丁等邊三角形其每邊皆與小圜全徑等又切乙丙丁三角作一圜形用等邊三角形求外切圜形全徑法（解見三角形卷）求得乙戊徑線加己乙與戊庚兩半徑（即一小圜形之全徑）即得己庚大圜形全徑也



御製數理精蘊下編卷二十